

الماطرة 15

الأربعاء 15 / 1 / 2018

مراجعة

لنكن $\{X_\alpha, T_\alpha\}_{\alpha \in I}$ أسرة من الفضاءات المتجهية
 $X = \bigcup_{\alpha} X_\alpha$ فضاء الحياء
يكون فضاء الحياء X فضاء T_α فضاء
إذا لم تكن إذا كانت جميع الفضاءات المتجهية X_α هي فضاء
والفأس جميع

البرهان

لنذكر الشرط

لفرض أن فضاء الحياء X هو T_α فضاء (2) فضاء
معدودة سابقاً : دائماً يوجد فضاء جزئي X'_α فضاء جزئي
حيث يكون مكافئاً لمؤلفياً (هو مرفق) للفضاء الجزئي X_α
من أجل أي α

• من الصفات الوراثية التي نسرنا إلى باقي فضاء جزئي من فضاء
هو T_α فضاء

يكون الفضاء الجزئي X'_α هو T_α فضاء
• ومن الصفات المتولدة (الكاف) $X \sim X'_\alpha$
يكون الفضاء الجزئي هو T_α فضاء من أجل أي دليل α

• كتابة الشرط

نفرض جميع الفضاءات المتجهية هي T_α فضاء والمتولدات X
فضاء الحياء هو T_α فضاء

لذلك نأخذ نقطتين مختلفتين x, y من فضاء الحياء

الفضاء الثاني متولدات x, y مختلفين $x = (x_1, x_2, x_3)$
عندما إذا كان x أو y أو x أو y $y = (y_1, y_2, y_3)$
تختلف y أو y أو y

أي دليل δ حيث $x_\delta + y_\delta$ في الفضاء X_δ أي x_δ بالفضاء X_δ هو T_i فضاء

منه: إذا أمكننا تقييدها فإذ $P_\delta: X_\delta \rightarrow X_\delta$ وعبرته لهذا التقييد أنه مفروضاً بأن

$$P_\delta(x) = x_\delta, \quad P_\delta(y) = y_\delta$$

أيضاً وبقوله هذا، التقييد هو T_i فضاء وهو عبارة سابقة
 \Leftarrow المتطابقة X هو T_i فضاء \Leftarrow فضاء الجداء هو T_i فضاء
 وهو المطلوب \Rightarrow

ملاحظة:

إنه فضاء، المستمرة T_i فضاء (2, 1, 1) ليس من الضروري أن يكون T_i فضاء

و شئت ذلك مثال سابقة هو التالي للتأكيد:

* فيما الفضاء الهولومي الحقيقي المألوف R ، هو فضاء هاوسدورف،

أي هو T_2 فضاء \Leftarrow هو T_1 فضاء T_1 فضاء

و أمكننا علاقة تلافوا، الفرضية $\varphi: x \sim y \Leftrightarrow x \sim y$ عددًا عادياً

$$\tau_R = \{ \varphi, R/\varphi \}$$

و هو فضاء هولومي حقيقي \Leftarrow هو ليس T_1 فضاء \Leftarrow هو فضاء ليس T_1 فضاء، ليس T_2 فضاء

الفضاءات الهولومية المترابطة:

تعريف:

لكن $\{u_\alpha\}_{\alpha \in I}$ أسرة من المجموعات المغلقة في فضاء هولومي X

فقولنا الفهم النسبة $\alpha \in I$ أن $X \subseteq \bigcup_{\alpha \in I} u_\alpha$ إذا كان

نسبة الفضاء X فضاء مترابلاً إذا كانت أي تقفية مغلقة
 تكون له تقفية مغلقة وشبهية

وهو الفضاء المترابطة

للتكبير بالتعريف • مثال:

المفضاء الحقيقي R غير مترابط لأنه أسرة المجالان المفتولة

مثال ذلك $\{]-n, n[\}_{n \in \mathbb{N}}$ تلك تغطية مفتولة لـ R

ولا يكون تغطية جزئية مفتولة

$$R \subseteq \bigcup_{n=1}^{\infty} \{]-n, n[\}_{n \in \mathbb{N}}$$

• كما أن مثال ٢ خطأ:

لو كانت X مجموعة غير مفتولة و γ التبولوجية القوية على X

فإنه المفضاء المنقطع الناتج غير مترابط (X, γ)

لأنه أسرة المجموعات ولديه العنصر مجموع $X \subseteq \{ \{x\} \}_{x \in X}$

تلك تغطية مفتولة لـ X ، ولا يكون تغطية جزئية

مفتولة.

* تعريف:

نقول عن مجموعة جزئية A من مفضاء تبولوجي X انه مترابط

إذا كانت المفضاء الجزئي A مترابط

ويشعر بسهولة

أن المجموعة A تكون مترابطة إذا وفقط إذا كانت أي تغطية مفتولة

لا تكون تغطية جزئية مفتولة

مثال:

أي مجموعة مفتولة في مفضاء تبولوجي لها مجموعة مترابطة

ولكن $\{ U_\alpha \}$ ، $A = \{ a_1, a_2, \dots, a_n \}$

و

$$A \subseteq \bigcup U_\alpha$$

لأنه يمكن أن تكون مجموعة U_α حيث أن $a_i \in U_\alpha$ يسمى إلى a_i

ومن أجل أن يكون مجموعة حيث $a_i \in U_{\alpha_i}$

← حيث أن الأسرة المنقطعة $U_{\alpha_1}, U_{\alpha_2}, \dots, U_{\alpha_n}$ تلك تغطية منقطعة

للمفضاء المجموعة

* وكذلك المجموعة الخالية تعتبر مجموعة مترابطة.

نصوص ومبرهنات

مبرهنة 1

المجموعة المخلقة في فضاء مترابطين تكون مجموعة مترابطة في الحالة العامة العكس غير صحيح.

مبرهنة 2

المجموعة المترابطة في فضاء هاوسدورف T_2 فضاء للمجموعة مغلقة

مبرهنة 3

التطبيق المستمر كارتز على الترابين (المخلقة مترابطين) محتمل، إذا كانت $\gamma \rightarrow (x) : P$ تطبيقاً مستمراً من الفضاء المترابطين X الى Y فانه المجموعة $P(x)$ تكون مترابطة. وبكلمة أخرى:

إذا كانت التطبيق عامراً \hookrightarrow فانه المستقر يكون فضاء مترابطة حيث $P(x) = \gamma$

نتيجة:

فضاء العسمة لفضاء مترابطين هو فضاء مترابطين.

المبرهنة

ثألة التطبيق القانوني (بقابل كل عنصر x عيف التفاضل الذي يحوي $[x]$) $\delta : X \rightarrow X_p$ $\delta(x) = [x]$ لهذا التطبيق مستمراً \hookrightarrow وهو كارتز على الترابين وهو غير متباين.

مبرهنة:

تكون فضاء الحبراء X و $X = \prod_{\alpha} X_{\alpha}$ مترابطين إذا وفقط إذا \Leftrightarrow كانت جميع الفضاءات X_{α} مترابطة.

تمرين 1

ليكن $\gamma \rightarrow X \xrightarrow{f} X$ تطبيقاً مستقرّاً من الفضاء المتراحم X إلى نفسه ⁽¹⁾
 أنشئ γ تطبيقاً مغلقاً ⁽²⁾
 أنشئ γ تطبيقاً مغلقاً ⁽³⁾
 الكلام

① تأخذ A مجموعة مغلقة في فضاء متراحم X فمجموعة مغلقة متزايدة

② الخانة f مستمرة والاستقرار يحافظ على التزاوج $f(A)$ تكون متزايدة

③ والمتزاوج في فضاء متراحم X هو مجموع مغلقة
 التغطية مغلقة

تمرين 2

أنشئ أن الفضاء عددياً من المجموعات المتزايدة هو مجموع متزايدة
 الكلام

لنأخذ A, B مجموعتين متزايدتين في الفضاء X
 وننشئ $A \cup B$ متزايد

وباستخدام التعريف: تأخذ تغطية مفتوحة \mathcal{U} لـ $A \cup B$
 ومنها نجد أن \mathcal{U} تغطية مفتوحة لـ A وبما أن A متزايدة فإن هذه
 التغطية لـ A تحتوي على تغطية جزئية مفتوحة \mathcal{U}_1 لـ A
 وبما أن \mathcal{U} تغطية لـ $A \cup B$

فإن \mathcal{U}_1 تغطية مفتوحة لـ B وبما أن B متزايدة فإن هذه
 التغطية تحتوي على تغطية جزئية مفتوحة \mathcal{U}_2 لـ B

أخيراً نجد أن $\mathcal{U}_1 \cup \mathcal{U}_2$ تغطية جزئية مفتوحة
 لـ $A \cup B$

وبالتالي الفضاء متزايد

« كل مقدار متري له مقدار له هو سرفون »

1 / فتره التام شاة كسيتم لخواص المجالان المغلفة R

التراكم في المقضاءات المترية :

ملاحظة 1 :

المجموعة المترية في مقضاء متري هي مجموعة محدودة

ملاحظة 2 :

كل مجموعة مترية بمقدار متري تكون مغلقة و محدودة ،

والعكس في الحالة العامة غير صحيح .

والعكس صحيح في المقضاءات الانقليدية فقط في R^n

نتيجة :

في R^n A مترية $\iff A$ مغلقة ومحدودة .

* فتره التام شاة كسيتم لخواص المجالان المغلفة في R

« أي مجال مغلف في R هو مجموعة مترية »



* لماذا R غير مترية ؟

لأنه مغلقة و لانه غير محدود

\emptyset غير مغلقة و غير محدود \in غير مترية

$[7, 7]$ محدود و غير مغلقة \in \sim \sim

المستقبل \in مترية « لأنه مغلقة و محدود »

النهاية الحاضرة 15

انه امتداد الجوانب كله عاده غير مترية

• مثل المجموعات Z مجموع كل نقطة في نظام \in ولكن امتداد غير محدود

\in امتداد محدود \in Z (غير مترية لانه غير محدود)

• وكذلك امتداد غير محدود في نظام \in (كل الامتداد هو غير محدود)

\in الامتداد الذي لا استقلال (غير مترية) لانه غير محدود .

مجموعة - عائلة - فضاء - فضاء

نتيجة:

ليكن الفضاء المتولد من M_α إذا وفقط إذا كانت أي مجموعة
من المجموعات المغلقة في X التي تقاطعها $\bigcap_\alpha M_\alpha = \emptyset$
تكون في أسرة جزئية منسقة تقاطعها \emptyset أيضًا.

البرهان:

لنأخذ $\{M_\alpha\}_{\alpha \in I}$ أسرة من المجموعات المغلقة تقاطعها \emptyset

$$X \cap \bigcap_\alpha M_\alpha = X \cap \emptyset = X$$

$$U(X \cap M_\alpha) = U(X \cap M_\alpha)$$

$$U_\alpha(X \cap M_\alpha) = X \cap \bigcap_\alpha M_\alpha = X \cap \emptyset = X$$

بذلك تكون X متصلة

دعنا نأخذ X متصلة وليكن $\{M_\alpha\}_{\alpha \in I}$ عائلة جزئية منسقة

$$X \cap M_{\alpha_1}, X \cap M_{\alpha_2}, \dots, X \cap M_{\alpha_n}$$

$$X = \bigcup_{i=1}^n X \cap M_{\alpha_i} \quad \text{وبما أن } X \text{ متصلة}$$

$$\emptyset = \bigcap_{i=1}^n M_{\alpha_i}$$

النتيجة الخامسة